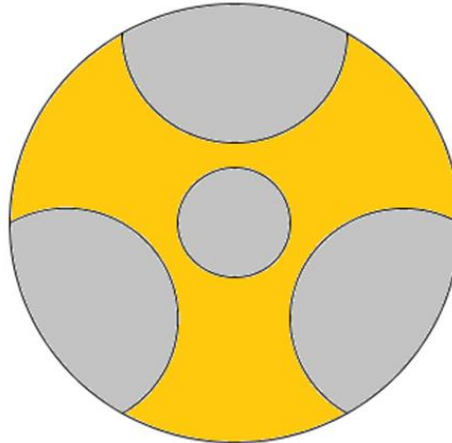


Medalla de oro y plata

Este año, la UEFA ha decidido otorgar una medalla conmemorativa a todos los jugadores de la final de Champions, por su participación en dicho evento.

Dicha medalla está hecha de oro y plata, y nos gustaría saber cuánta superficie de la medalla es de oro, y cuánta superficie es plata.

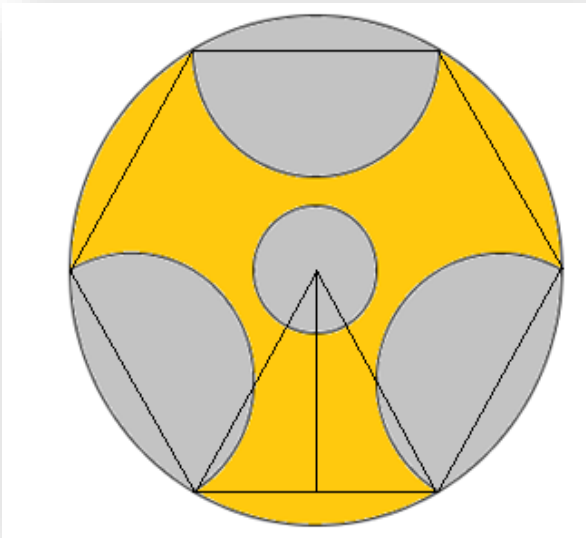


INDICACIÓN: Sabemos que el radio de la circunferencia de la medalla es de 4 centímetros y los de las circunferencias plateadas 2 cm y 1 cm.

SOLUCIÓN

Como el círculo grande tiene 4 cm de radio y el intermedio 2, entonces se forma un hexágono regular dentro del círculo grande entre la parte dorada y plateada.

Necesitaremos también hallar el área de este hexágono, para hallarla calculamos la apotema (a) usando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que es la mitad del triángulo equilátero dibujado, cuyo lado es l .



$a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2$, como el lado del hexágono es igual al radio del círculo grande se tiene

$$a^2 + 2^2 = 4^2 \Rightarrow a = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$$

El área del hexágono es

$$A_1 = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 3,46}{2} = 41,52 \text{ cm}^2$$

El área del círculo grande es

$$A_2 = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ cm}^2$$

El área de cada uno de los segmentos circulares que quedan entre el hexágono y el círculo grande es

$$A_3 = \frac{A_2 - A_1}{6} = \frac{50,27 - 41,52}{6} = 1,46 \text{ cm}^2$$

El área de un círculo intermedio es

$$A_4 = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2 = 12,57 \text{ cm}^2$$

El área del círculo pequeño es

$$A_5 = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1^2 = 3,14 \text{ cm}^2$$

La parte dorada es el hexágono al que se le han quitado 3 semicírculos intermedios, el círculo pequeño y se le han añadido tres segmentos circulares, es decir

$$A_{\text{dorada}} = A_1 - 1,5 \cdot A_4 - A_5 + 3 \cdot A_3 = 41,52 - 1,5 \cdot 12,57 - 3,14 + 3 \cdot 1,46 = 23,91 \text{ cm}^2$$

La parte plateada es el total de la medalla (círculo grande) menos la parte dorada, es decir

$$A_{\text{plateada}} = A_2 - A_{\text{dorada}} = 50,27 - 23,91 = 26,36 \text{ cm}^2$$