

El día de las matemáticas

El año 2000 fue declarado por la UNESCO Año Mundial de las Matemáticas. La imagen de la derecha corresponde a una hoja entresacada de un periódico del año 2000 que habla de ello.

a) ¿Cuántas páginas tiene este periódico?

La fecha del 12 de mayo quedó instituida como Día Escolar de las Matemáticas porque el 12 de mayo de 2000 se cumplía el centenario del nacimiento de Pedro Puig Adam, internacionalmente reconocido en el campo de la enseñanza de las Matemáticas.

b) En homenaje a la fecha de hoy te pedimos que nos digas cuál es la última cifra decimal del resultado de la división:

$$\frac{12}{5^{2012}}$$

c) ¿Cuántas parejas de números naturales cumplen que su multiplicación es $(5^{12})^{2012}$?



SOLUCIÓN

a) Si la página 14 está emparejada con la 87 la página 15 estaría con la 86, la 16 con la 85, la 13 con la 88, la 12 con la 89 etc. la página 1 = 14-13, estará emparejada con la 87+13 =100. Luego el periódico tiene 100 páginas.

b) Las fracciones

$$\frac{12}{5^{2012}}, \quad \frac{12 \cdot 2^{2012}}{10^{2012}}$$

son equivalentes. La última fracción es una división por una potencia de 10, luego el último decimal de la división será el dígito de las unidades del numerador.

Miramos la última cifra de las potencias de dos:

$$2^1 = 2, \quad 2^2 = 4, \quad 2^3 = 8, \quad 2^4 = 16, \quad 2^5 = 32$$

a partir de aquí se repite el mismo ciclo. Por tanto, la última cifra de 2^{2012}

es 6 porque 2012 es múltiplo de 4 y la última cifra de $12 \cdot 2^{2012}$ es la última cifra de 6·2, que es 2.

c) Los divisores de

$$(5^{12})^{2012} = 5^{24144}$$

son potencias de 5. Para que dos potencias de 5, $5^a \cdot 5^b$ den como resultado 5^{24144} debe ser $a + b = 24144$. Las soluciones naturales de esta ecuación son

$$(0, 24144), (1, 24143) \dots (24144, 0)$$

En total hay 24.145 soluciones, aunque si se identifican las soluciones simétricas sólo tendríamos 12.073 diferentes.